

Практическая работа № 4

Задание 1.

Вычислить неопределенный интеграл из таблицы по вариантам.

| | | | |
|---|---|----|---|
| 1 | $\int \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x + \sin x} dx$ $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx$ | 2 | $\int \frac{1}{\cos x(1 - \cos x)} dx$ $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x - \sin x} dx$ |
| 3 | $\int \frac{1}{\sin^2 x(1 - \cos x)} dx$ $\int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$ | 4 | $\int \frac{1}{(1 + \sin x - \cos x)^2} dx$ $\int \frac{\cos x}{(1 + \cos x + \sin x)^2} dx$ |
| 5 | $\int \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx$ $\int \frac{\cos x}{(1 + \cos x)^2} dx$ | 6 | $\int \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x - \cos x} dx$ $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx$ |
| 7 | $\int \frac{1}{\sin x(1 - \sin x)} dx$ $\int \frac{1}{(1 + \sin x - \cos x)^2} dx$ | 8 | $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x + \cos x} dx$ $\int \frac{1}{\sin^2 x(1 - \cos x)} dx$ |
| 9 | $\int \frac{\cos x}{5 + 4 \cos x} dx$ $\int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$ | 10 | $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x + \sin x} dx$ $\int \frac{1}{(1 + \sin x - \cos x)^2} dx$ |

Задание 2.

Вычислить определенный интеграл из таблицы по вариантам.

| | | | |
|---|--|---|---|
| 1 | $\int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$ $\int_0^{\frac{\sqrt{7}}{3}} x^3 \sqrt{7 + x^2} dx$ | 2 | $\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x^2} dx$ $\int_2^4 \frac{\sqrt{16 - x^2}}{x^4} dx$ |
|---|--|---|---|

| | | | |
|---|---|----|--|
| 3 | $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx$ $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ | 4 | $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$ $\int_0^3 x^4 \sqrt{9-x^2} dx$ |
| 5 | $\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{(1+x^2)^3}}$ $\int_0^{\sqrt{6}} \sqrt{6-x^2} dx$ | 6 | $\int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}$ |
| 7 | $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx$ $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ | 8 | $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$ $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$ |
| 9 | $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx$ | 10 | $\int_2^4 \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4} dx$ $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ |

Задание 3.

Найдите интегралы указанных функций по вариантам.

1. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 15$.
2. $f(x) = -x^3 - 12x^2 - 45x + 51$.
3. $f(x) = x^3 - 3x + 2$.
4. $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 21$.
5. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$.
6. $f(x) = -x^3 - 3x^2 - 1$.
7. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$.
8. $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 15$.
9. $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 45$.
10. $f(x) = -x^3 + 3x - 7$.

Задание 4.

Осуществить символьное вычисление интеграла

$$\int_{-a}^b x^3 dx; \quad \int_0^{\infty} \exp(-x^2) dx;$$

$$\int_0^d \frac{x+a}{x^2+b} dx; \quad \int_{-a}^a x \cdot \exp(-x) dx.$$

Задание 5.

Найти $\frac{df(x)}{dx}$ и $\frac{d^2f(x)}{dx^2}$. Найти $f'(a)$.

| | $f(x)$ | a | | $f(x)$ | a |
|---|--|-----|----|---|-----|
| 1 | $3\sqrt[3]{(x+4)^2} - 2x - 8$ | 1 | 2 | $\sqrt[3]{(x+4) \cdot x}$ | 3 |
| | $1 - \sqrt[3]{(x-2)^2} - 1$ | 6 | | $3\sqrt[3]{(x-2)^2} - 2x + 4$ | 3 |
| 3 | $1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}$ | 2 | 4 | $\frac{6\sqrt[3]{6(x-3)^2}}{(x-1)^2 + 8}$ | 2 |
| | $9\sqrt[3]{(x+1)^2} - 6x - 6$ | 0 | | $2x - 2 - 3\sqrt[3]{(x-1)^2}$ | 0 |
| 5 | $12\sqrt[3]{(x+2)^2} - 8x - 16$ | 3 | 6 | $3\sqrt[3]{(x-1) \cdot x}$ | 7 |
| | $8x - 16 - 12\sqrt[3]{(x+4)^2}$ | 7 | | $2x - 2 - 3\sqrt[3]{(x-1)^2}$ | 0 |
| 7 | $\frac{12\sqrt[3]{6(x-2)^2}}{x^2 + 8}$ | 1 | 8 | $2x - 2 - 3\sqrt[3]{(x-1)^2}$ | 0 |
| | $1 - \sqrt[3]{(x-2)^2} - 1$ | 6 | | $\sqrt[3]{(x+4) \cdot x}$ | 3 |
| 9 | $8x - 16 - 12\sqrt[3]{(x+4)^2}$ | 7 | 10 | $3\sqrt[3]{(x-2)^2} - 2x + 4$ | 3 |
| | $3\sqrt[3]{(x+4)^2} - 2x - 8$ | 1 | | $3\sqrt[3]{(x-1) \cdot x}$ | 7 |

Задание 6.

Надо найти производные.

1. а) $f(x) = \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{2x^4} - \frac{2}{\sqrt[4]{x^3}} + 7$; б) $f(x) = \frac{e^x - \sin x}{\cos x + \sqrt{x}}$;

в) $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + \ln x}$.

2. а) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{3x^9} + \frac{5}{\sqrt[5]{x^3}} - 6$; б) $f(x) = (1 - x^2)(\operatorname{tg} x + 3^x)$;

в) $f(x) = e^{\sin 5x - 3}$.

3. а) $f(x) = \frac{4}{5}x^5 - \frac{1}{6x^6} + \frac{7}{\sqrt[7]{x^3}} + 2$; б) $f(x) = \frac{\ln x - \operatorname{tg} x}{7^x - 5}$;

в) $f(x) = \sqrt{x^5 + \sin 5x}$.

4. а) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{7x^7} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + 1$; б) $f(x) = \frac{5^x - \ln x}{\cos x - 3}$;

в) $f(x) = \arcsin(5x^3 + 1)$.

5. а) $f(x) = 4x^5 - \frac{7}{4x^4} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + 2$; б) $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{3^x - \ln x}$;

в) $f(x) = \cos(2x^2 + 3)$.

6. а) $f(x) = 2x^5 + \frac{4}{5x^5} - \frac{2}{\sqrt{x}} + 3$; б) $f(x) = (x^2 - 3)(\sin x + 5^x)$;

в) $f(x) = e^{\sin 7x + 3}$.

7. а) $f(x) = 6x^5 - \frac{5}{3x^3} + \frac{6}{\sqrt[4]{x^3}} + 2$; б) $f(x) = \frac{3^x + \cos x}{\ln x - \sqrt{x}}$;

в) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 + 1}$.

8. а) $f(x) = 3x^4 - \frac{5}{6x^6} - \frac{2}{\sqrt{x^3}}$; б) $f(x) = (e^x + \operatorname{tg} x)(\ln x - 2)$;

в) $f(x) = \operatorname{tg}(3^x - 5)$.

$$9. a) f(x) = 5x^3 - \frac{3}{4x^4} - 7\sqrt[5]{x^3} - 2; \quad б) f(x) = \frac{6^x - \cos x}{\operatorname{tg} x + \sqrt{x^3}};$$

$$в) f(x) = e^{2x} + 3x \cdot \operatorname{tg} 2x.$$

$$10. a) f(x) = 4x^5 - \frac{3}{x^3} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}} - 1; \quad б) f(x) = (\ln x + \operatorname{tg} x)(\sqrt{x} - e^x);$$

$$в) f(x) = (\operatorname{tg} 3x)^5.$$

Задание 7.

Найти вторую производную.

| | | | |
|---|---|----|---|
| 1 | $y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x^3\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$ | 2 | $y = x^2 \cos \frac{1}{x};$ |
| 3 | $y = \sin^2 x + 1;$ | 4 | $y = \ln \frac{10-x}{x+2};$ |
| 5 | $y = \operatorname{tg} \sin x;$ | 6 | $y = \ln \frac{10-x}{x+2};$ |
| 7 | $y = \sin^2 x + 1;$ | 8 | $y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x^3\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$ |
| 9 | $y = x^2 \cos \frac{1}{x};$ | 10 | $y = (x^4 - x^2 + 1)^3.$ |

Задание 8.

Вычислить значения производных заданных функций в указанных точках.

| | | | |
|---|--|---|--|
| 1 | $f(x) = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{2x}{x+1}; x = 1;$ | 2 | $f(x) = 5(x+1)^2\sqrt[5]{x-1}; x = 2;$ |
| 3 | $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}; x = \frac{\pi}{2};$ | 4 | $f(x) = 2^{x-2x^2-1}; x = 0;$ |
| 5 | $f(x) = \frac{2^{2x}}{\sqrt{2-2^{2x}}}; x = 0;$ | 6 | $f(x) = x - \frac{2}{x^2} - \frac{1}{3x^3}; x = -1;$ |

| | | | |
|---|--|----|--|
| 7 | $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 2}; x = 2;$ | 8 | $f(x) = \frac{2^{2x}}{\sqrt{2 - 2^{2x}}}; x = 0;$ |
| 9 | $f(x) = 2^{x-2x^2-1}; x = 0;$ | 10 | $f(x) = \frac{1}{2} \sin x \operatorname{tg} 2x; x = \frac{\pi}{2}.$ |